YRJÖ HAILA

# LUONNONTUNTEMUKSEN TIET

1.

Jokainen luontoa koskeva vähänkään mielenkiintoinen väittämä lausuu enemmän kuin on mahdollista havaita. Olemme harvoin kiinnostuneita yksinkertaisista väitelauseista kuten esimerkiksi: "Tässä kasvaa kasvi." Täsmennämme sanomalla: "Tienpenkereellä kasvaa leskenlehti." Jatkamme arvioimalla tienpenkereiden ja leskenlehtien yhteyttä yleisemmin: "Leskenlehdet menestyvät hyvin (vai huonosti?) aurinkoisilla tienpenkereillä". Tämän jälkeen koetamme jotenkin selittää tämän yhteyden vetoamalla yhtäältä siihen, mitä tiedämme leskenlehdistä, toisaalta siihen, mitä tiedämme tienpenkereillä vallitsevista olosuhteista.[1]

Mitä olemme oikeastaan tulleet sanoneeksi? Emme selvästikään mitään niistä leskenlehdistä, jotka kasvavat vesijättöniityillä tai villiintyneissä puutarhoissa, emmekä liioin niistä tienpenkereistä, joilla ei kasva leskenlehtiä. Voisi ehkä ajatella, että olemme kuvanneet eräänlaisen "todennäköisyyspilven", jonka jäseninä ovat leskenlehdiksi ja tienpenkereiksi kutsumamme osat maailmasta – siis ilmaisseet jotakin siitä, millaisella todennäköisyydellä nämä esiintyvät yhdessä. Jotta lause olisi lainkaan ymmärrettävä, meidän on ensiksi oletettava tietävämme edes osapuilleen, millaisia maailman osia "leskenlehdet" ja "tienpenkereet" ovat. On ilmeistä, että emme ole päätyneet tähän käymällä katsomassa maailman kaikkia leskenlehtiä ja tienpenkereitä.

Tavallaan edellä olevan perustana on itsestäänselvyys: kielen olemus on yleiskäsitteet. (Tämän lisäksi kielellä on muitakin olemuksia!) Jokainen substantiivi, joka ei ole erisnimi, on yleiskäsite. Yleiskäsitteiden sitominen määrättyihin objekteihin on vanha looginen ongelma, jonka Bertrand Russell ratkaisi "määrättyjen kuvausten" teoriallaan.[2]

Luontoa koskevat kiinnostavat väitteet eivät kuitenkaan ole "määrättyjä kuvauksia" vaan yleistyksiä. Miten yleistykset voivat olla päteviä?

2.

Ongelma on sukua keskiaikaiselle nominalistien ja realistien väliselle kiistalle, joka koski yleiskäsitteiden todellisuutta. Esimerkiksi: Edellyttääkö termin "leskenlehti" käyttö sen olettamista, että yksittäisten "leskenlehdeksi" nimitettyjen kasvien lisäksi on olemassa "leskenlehteyden" yleinen idea, jota nämä nimenomaiset kasvit toteuttavat? Hetken pohdinta osoittaa, että tämä ongelma on vastassa kaikkien yleiskäsitteiden kohdalla. Ne tuntuvat olevan jotakin muuta kuin kaikkien yksittäisten ilmentymiensä summa.

Kysymys yleiskäsitteiden todellisuudesta on tieto-opillinen eli tietämisen perusteisiin liittyvä kysymys. On ehkä täsmennettävä: kysymys on *ainakin* teoreettisen tietämisen perusteisiin liittyvä. Voihan nimittäin ajatella, että käytännön mies tai nainen, vaikkapa kansanomainen rohtolääkitsijä, voisi kerätä leskenlehtien juuria parantavia hauteita varten pelkän käytännön kokemuksen tuottamalla vaistolla, olematta lainkaan kiinnostunut kokemustensa yleistämisestä. Tosin tällaista ajatusta voi hyvin perustein epäillä. Liekö todella mahdollista puuhailla järjestelmällisesti leskenlehtien kanssa lainkaan kiinnostumatta leskenlehtien esiintymisestä yleensä, luottaen vain siihen, että niitä on siellä missä niitä on tähänkin asti ollut? On vaikea kuvitella, että yleistäminen ei olisi kaikenlaatuisen inhimillisen tietämyksen perustana.

Johtopäätös joka tapauksessa on, että yleinen puhe "leskenlehdistä" sisältää hämmästyttävän paljon sellaista, mikä ei ole missään yksittäisessä leskenlehdessä näkösällä.

3 .

Tiedon yleisyyden ongelma liittyy puhtaimmassa muodossaan matematiikkaan. Matematiikan voi ymmärtää rakennelmana, joka ei puhu mistään määrätystä asiasta mutta jota juuri sen ansiosta voi soveltaa yleisessä muodossa mihin tahansa. Tällaiseen ajatukseen perustuu Galileo Galilein suuhun pantu ajatus, että "luonnon kirja on kirjoitettu matematiikan kielellä"; toisin sanoen, että mitä tahansa luonnon ilmiötä voi menestyksellisesti tutkia matematiikkaa apuna käyttäen. Modernin luonnontieteen kehitys on toistuvasti vahvistanut Galileon lausuman pätevyyden. Myöskin "leskenlehtien" ja "tienpenkereiden" välisen todennäköisen yhteyden voisi suhteellisen helposti formalisoida matemaattisena mallina.

Matematiikka on kuitenkin alusta loppuun inhimillinen luomus. Matematiikan luonnehdinta on hyvin epämääräinen ellei samalla täsmennetä sitä, millaisia ehtoja tälle "yleiselle rakennelmalle" on asetettava. Millainen "rakentaminen" on matematiikan harjoittamista ja millainen ei ole? Luonnehdintaa voi hiukan täsmentää seuraavasti: matematiikka on rakennelma, jonka kohteena ovat ideat ja ideoiden suhteet toisiinsa.[3] – Millaiset "ideat"? – Kaikki sellaiset ideat, joiden keskinäisten suhteiden selvittämistä edesauttaa niiden esittäminen formaalissa ja siis ehdottoman yleispätevässä muodossa. Tämä tekee logiikan päättelysääntöjen ja aritmetiikan perusoperaatioiden läheisen keskinäisen yhteyden ymmärrettäväksi.

Mutta miten sitten on ymmärrettävissä Galilein lausuma? Onko todella mahdollista sanoa, että "luonnon kirja on kirjoitettu 'ideoiden keskinäisten suhteiden' kielellä?" Mihin matematiikan yleinen voima voi perustua?[4]

4 .

Kaikki varhaiset sivilisaatiot loivat toisistaan riippumatta matematiikan – siis Välimeren itäpäätä ympäröivien alueiden kulttuuripiiri, Intia, Kiina sekä Uuden mantereen sivilisaatiot nykyisessä Keski- ja Etelä-Amerikassa. Tosin sivilisaatioiden välillä on arvattavasti ollut yhteyksiä paljon enemmän kuin mitä arkeologinen aineisto osoittaa, ja esimerkiksi Babylonian, Intian ja Kiinan varhaisten matematiikkojen riippumattomuus toisistaan on jossakin määrin kiistanalaista. Vanhan ja Uuden mantereen kehitys on kuitenkin varmuudella tapahtunut ilman keskinäisiä vuorovaikutuksia. On sitä paitsi uskottavaa, että matematiikan kaltainen monimutkainen kulttuurinen rakennelma ei voi missään kulttuuripiirissä syntyä yksinomaisesti muualta kulkeutuneena.

Meidän tuntemamme matematiikka on peräisin Kreikasta, mistä se välittyi muslimikulttuurin kautta varhaisen uuden ajan Eurooppaan, mutta sai matkan varrella vaikutteita sekä egyptiläis-babylonialaisesta että intialais-kiinalaisesta perinteestä. Kreikan matematiikan pisimmälle kehittynyt osa oli geometria: aksiomaattinen, deduktiiviseen johtamiseen ja todistuksiin perustuva järjestelmä, jota vielä nykyäänkin opetetaan suunnilleen samassa muodossa kuin minkä Eukleides kokosi oppikirjaksi hellenistisellä kaudella Aleksandriassa noin 2300 vuotta sitten.

On usein ajateltu, että varhaisen matematiikan, eritoten geometrian, perustana olivat käytännölliset tarpeet. Olettamus löytyy sekä Kreikan että Kiinan geometrian syntyä kuvaavista vanhoista lähteistä. Aristoteles tosin esitti tästä poikkeavan ajatuksen, että geometrian synty Egyptissä sai virikkeensä pikemminkin joutilaan pappisluokan harrastuksesta kuin käytännön tarpeista. Myös Intiasta on vastaavia viitteitä. Aristoteleen näkemys tuntuu saavan tukea matematiikan historiasta: Carl Boyer korostaa[5], että kreikkalainen matematiikka kehittyi kaikkein voimakkaimmin silloin kun se oli kaikkein etäimpänä sovellutuksista (kolmannella ja toisella vuosisadalla ennen ajanlaskun alkua). Sitoutuminen sovellutuksiin pikemminkin hidasti kuin nopeutti sen kehitystä. Tämä on itse asiassa ymmärrettävää siksi, että matematiikan perusperiaate on täsmällisyys kun taas sovellutuksissa riittävät likiarvot. Jo babylonialaiset matemaatikot ratkaisivat sellaisia matemaattisten käsitteiden, kuten lukujen keskinäisiin suhteisiin liittyviä kysymyksiä, joiden on vaikea kuvitella nousseen esiin minkään käytännöllisten tarpeiden perustalta. Mitä *välitöntä* käytännöllistä merkitystä on muka sillä havainnolla, että neliön halkaisijan täsmällistä pituutta ei voi ilmaista sivujen pituuden suhdelukuna, mitattiinpa sivut kuinka pienellä mittayksiköllä tahansa? Tämä pythagoralaisten matemaatikkojen keksintö on lukuteoreettisesti mullistava mutta temppeliä suunnittelevalle rakennusmestarille yhdentekevä.[6]

On siis tehtävä jokin seuraavankaltainen olettamus: Klassisessa Kreikassa syntyi, ja jo sitä ennen Egyptissä, Babyloniassa, Intiassa ja Kiinassa oli iduillaan, erikoislaatuinen yhteys ajattelun yleisten sääntöjen ja maailman yleisen järjestyksen hahmottamisen välillä. Jo Thales Miletolainen (kuoli noin 546 e.a.a.), jolta periytyvät vanhimmat tunnetut filosofisten tekstien katkelmat, oli myös huomattava matemaatikko. Sama pätee järjestään Kreikan klassisen kauden filosofeihin, ja toisaalta kreikkalaisen matematiikan "kultakauden" edustajat Eukleides, Arkhimedes ja Apollonios kirjoittivat tekstinsä selvästi filosofisessa yhteydessä. Kreikkalaisen matematiikan merkittävin saavutus oli geometria, joka on sellaisenaan kelvollinen modernin länsimaisen tieteen aksiomaattisen tieteenihanteen malliksi.[7]

Matematiikka tuntuu jollakin merkillisellä tavalla olevan ajattelun yleisten säännönmukaisuuksien ja maailman yleisen järjestyksen yhteinen nimittäjä. Eikö tätä vasten ole sangen eriskummallista, että matematiikan merkittävimmät edistysaskeleet ovat tapahtuneet mahdollisimman irrallaan käytännön sovellutuksista?

5.

On kylläkin ilmeistä, että laskennon varhaisen kehityksen perustana on ollut käytäntö – esimerkiksi tarve verrata asioita toisiinsa laskemalla niiden lukumääriä, painoja tai tilavuuksia, sekä seurata ajan kulkua tarkkailemalla ja ennustamalla taivaankappaleiden kulkua. Ns. primitiivisten kulttuurien laskujärjestelmistä on paljon etnografista ja arkeologista aineistoa. Laskeminen ei kuitenkaan ole vielä matematiikkaa; matematiikka on laskentoa aksiomatisoituna.

Aksiomatisoitunut matematiikka on selvästi inhimillinen luomus (eli "konstruktio") – tai ehkä "toisen asteen luomus", jos yksinkertaisia laskusääntöjä pidetään "ensimmäisen asteen luomuksina" – siinä sananmukaisessa merkityksessä, että se on inhimillisen ajattelun tuottama. Matematiikka on "keksitty" eikä "löydetty".

On itse asiassa hedelmätöntä pohtia, onko tämä konstruktio "todenmukainen". Kysymykseen on nimittäin mahdotonta saada vastausta. Vastauksen voisi saada vain kuvittelemalla ulkopuolisen "Arkhimedeen pisteen", josta käsin voisi verrata toisiinsa inhimillisen kulttuurin luomaa matematiikkaa ja maailman säännönmukaisuuksia, mutta tällaista ulkopuolisen havainnoinnin mahdollistavaa pistettä ei ole olemassa.[8]

Ludwig Wittgenstein pohti teoksensa *Huomautuksia matematiikan perusteista* alkujaksoissa luonnollisten lukujen ja niillä suoritettavien laskutoimitusten "totuudellisuutta" ja totesi tästä seuraavasti:

> *"Laskeminen (ja tämä merkitsee: niin-ja-niin laskeminen) on tekniikkaa, jota käytetään päivittäin mitä moninaisimmissa elämämme askareissa. Siksi opimmekin laskemaan niin kuin opimme: loputtomalla harjoittelulla, armottomalla tarkkuudella, ja siksi meiltä taipumattomasti vaaditaan, että me kaikki sanomme "yhden" jälkeen "kaksi", "kahden" jälkeen "kolme" jne., – "Mutta onko tämä laskenta siis vain jokin käyttö, eikö tätä lukujonoa vastaa myös jokin totuus?" – "Totuus on, että laskeminen on osoittautunut luotettavaksi." – "Pyritkö siis sanomaan, että 'olla-tosi' merkitsee: olla käyttökelpoinen (tai hyödyllinen)?" – "En. Pyrin sanomaan, ettei luonnollisten lukujen sarjasta – samoin kuin omasta kielestämmekään – voida sanoa, että se on tosi, vaan että se on käyttökelpoinen – ja ennen kaikkea, että sitä käytetään."*[9]

Wittgensteinin ajatus käyttökelpoisuudesta matematiikan perustana on järkeenkäypä, mutta tämä "käyttökelpoisuus" on merkillisen itsepäistä. Matematiikasta on nimittäin tämän tästä löydetty sisäisiä ristiriitaisuuksia, joita ovat osoittautuneet tavattoman vaikeiksi ratkaista. Nämä ovat olleet vaivana alusta, siis muinaisesta Kreikasta, saakka. Eräs varhaisimmista oli irrationaalilukujen keksiminen, mihin jo edellä viittasin. Sen taustalla oli yleisempi ja filosofisesti kiinnostavampi jatkuvuuden ongelma eli kysymys, "Miten on mahdollista konstruoida erillisistä pisteistä jatkuvia entiteettejä, esimerkiksi suoria?" – Zenon Elealainen tunnetuissa paradokseissaan osoitti, että jatkuvuuden ongelma liittyy liikkeen ymmärtämiseen. Mikäli liike mielletään ketjuksi peräkkäisiä paikallaan-oloja yksittäisissä pisteissä, Akhilleus ei koskaan saa kilpikonnaa kiinni, ja itse asiassa liike on mahdottomuus. Ilman jatkuvuuden käsitettä on nimittäin mahdotonta ymmärtää, että kappale voi äärellisessä ajassa siirtyä eteenpäin äärettömän monen pisteen kautta.

Uusia ristiriitoja on löytynyt toistuvasti, myös tällä vuosisadalla. Erään suurimmista järkytyksistä aiheutti itävaltalaissyntyisen Kurt Gödelin vuonna 1931 ilmestynyt artikkeli "Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme". Gödel osoitti, että Bertrand Russellin ja Alfred North Whiteheadin teos *Principia Mathematica* oli epätäydellinen.[10] Gödelin lause kaatoi Russellin ja Whiteheadin tavoitteen osoittaa, että matematiikka ja logiikka muodostavat yhtenäisen aksiomaattisen järjestelmän, mikä oli siihen asti kunnianhimoisin mutta samalla kunnianhimoisimmaksi jäänyt yritys johtaa matematiikan olemassaolo yleisemmästä perustasta käsin.

Ns. kaaosteoria eli havainto, että hyvinkin yksinkertaiset matemaattiset yhtälöt voivat johtaa ennustamattomiin lopputuloksiin, on vastaavanlainen matemaattisen ajattelun perustavimpia uskomuksia järkyttävä ristiriita. Mitä on matematiikan "eksaktius", jos yksinkertaistenkaan kaavojen laskennallisia tuloksia ei voi tarkkaan ennustaa?[11]

6.

Ehkä ristiriidat ovat tavallaan "hinta" siitä, että matematiikka toimii. Se nimittäin "toimii" lukuisilla eri tavoilla. Ajatelkaamme esimerkiksi geometriaa ja aritmetiikkaa. Ne ovat läheistä sukua toisilleen, mutta olisi ehkä outoa, jos ne voitaisiin täysin ristiriidattomasti palauttaa toisikseen. Ovathan niiden tutkimat objektit kovin erilaatuisia: pisteet, suorat ja käyrät yhtäällä, luvut ja laskusäännöt toisaalla.

Tuntuu siis, että matematiikan sisäiset ristiriidat pakottavat tarraamaan entistä tukevammin Wittgensteinin toteamukseen, jonka mukaan matematiikan ydin on että *sitä käytetään*. On vain huomattava, että matematiikan "käyttämiselle" ei voi asettaa yksinkertaisia ulkoisia kriteerejä, jollaisten nojalla esimerkiksi arvioidaan teknisten järjestelmien käyttökelpoisuutta. Jotenkin tuntuu, että "käyttämisen" kriteerit ovat matematiikan *sisäisiä*. Matemaattisten tulosten täytyy olla ehdottoman varmoja. Juuri tässä valossa on ymmärrettävää, että matematiikka tuntuu kehittyneen tehokkaimmin erillään sovellutuksista, sillä sovelletut tulokset eivät voi olla samalla tavoin ehdottoman varmoja. Carl Boyerin "Tieteiden kuningattaressa" tämä johtopäätös tulee toistuvasti vastaan.

Varmuuden vaatimus ei suinkaan ole ristiriidassa esimerkiksi sen kanssa, että ns. kaaosteoria tekee kyseenalaiseksi matemaattisen eksaktiuden yleispätevyyden. Kaaosteorian haaste on ymmärtää mikä tekee "kaaoksen" mahdolliseksi – tai päinvastoin, mikä tekee täsmällisen ennustettavuuden mahdolliseksi. Tämä on vaativa matemaattisen perustutkimuksen ongelma. On myös mitä vaativin "puhtaan matematiikan" ongelma löytää kriteerejä sille, milloin määrätyn systeemin käyttäytyminen on "kaoottista".

Kummallista kuitenkin on, että mitä esoteerisimmat matematiikan haarat joskus saavat suuren merkityksen luonnontieteellisten teorioiden perustana. Kuka olisi osannut aikanaan odottaa, että epäeuklidinen geometria olisi osoittautuva korvaamattomaksi apuneuvoksi Einsteinin kehittäessä suhteellisuusteorian?

7.

Emme voi saavuttaa varmuutta Galilein väittämästä, että luonto on kirjoitettu matematiikan kielellä. *Luonnontiede* sen sijaan varmasti on.

Seuraako tästä, että luonnontieteisiin sisältyy samanlainen "konstruoinnin" aines kuin matematiikkaan? On useita perusteita vastata tähän kysymykseen myöntävästi. Erityisen painava peruste nousee tieteen omasta kehityksestä. Tiede ei suinkaan ole kehittynyt tiedon vähittäisen lisääntymisen ja kasaantumisen kautta suoraviivaisesti "vähemmästä tiedosta" kohti "enempää tietoa", vaan sen kehitykselle ovat luonteenomaisia käsitteelliset murrokset, joiden yhteydessä vanhat tunnetut tosiasiat ovat järjestyneet uudella tavalla. Tämän oivalluksen olemme velkaa Thomas Kuhnille, joka tutki erityisesti antiikista periytyneen maakeskisen (ptolemaiolaisen) planeettamallin korvautumista Kopernikuksen aurinkokeskisellä mallilla.[12] Kopernikaaninen kumous oli tyypillinen kuhnilainen "tieteellinen vallankumous" sikäli, että havaintoaineisto, se miltä planeettojen liikkeet toisiinsa nähden näyttävät, pysyi molemmissa teorioissa tietenkin täysin samana. Ero oli siinä, millaisen laajemman teorian yhteyteen havainnot kytkettiin. Sama asetelma pätee yhtä lailla muihin keskeisiin tieteellisiin murroksiin, esimerkiksi newtonilaisen fysiikan tai darwinistisen evoluutioteorian syntyyn.

Kuhnilainen näkemys tieteen historiasta on nykyisin jokseenkin kiistattomasti hyväksytty. Sillä on seuraavanlainen merkittävä implikaatio teoreettisiin yleistyksiin nähden: teoriat ovat aineiston suhteen "alimääräytyneitä" eli ne väittävät enemmän kuin mitä aineiston nojalla voidaan tiukasti päätellä. Kaikki teoriat väittävät todellisuudesta enemmän kuin on välittömästi nähtävissä. Alamme lähestyä leskenlehtien ja tienpenkereiden "todennäköisyyspilven" ongelmaa.

Mistä teoriat saavat tämän kyvyn? Yleisesti ottaen perustana on se, että voimassa olevat teoriat rakentuvat yhtäältä hyväksytyistä, joskin itsessään vahvoja teoreettisia sitoumuksia sisältävistä käsitteistä, ja toisaalta hyväksytyistä, matematiikkaan ja logiikkaan nojautuvista päättelysäännöistä. Tämä on eräänlainen palautus historialliseen taustaan. Teoreettinen ajattelu on vahvasti historiallista, ja se toimii sikäli kuin se on ennenkin toiminut. Uudet teoreettiset ideat ovat osaltaan "arvauksia" ("hypoteeseja"), hyppyjä tuntemattomaan, mutta ne eivät synny tyhjästä vaan aiempaan tietämykseen nojautuvan määrätietoisen työn tuloksena. Ihanne epäilemättä on löytää yleisiä säännönmukaisuuksia kuvaavia väittämiä, jotka soveltuvat mahdollisimman laajaan ilmiöjoukkoon, siis yleisiä lakeja. Joskus uudet teoreettiset ideat merkitsevät täydellistä katkosta aiempaan ajatteluun nähden eli "tieteellistä vallankumousta", mutta useimmiten ne rakentuvat suoranaisesti aiemman ajattelun aineksista. Aina teoreettisen työn perustana on kuitenkin menneitten sukupolvien työ.

Yleistämisen ongelma kiteytyy teorioissa käytettyjen "termien" (eli yleiskäsitteiden) merkitykseen. Tällä on kaksi ulottuvuutta: yhtäältä se, mihin ulkomaailman yksikköön termillä viitataan, ja toisaalta se, miten termi määrittyy suhteessa muihin termeihin, joiden kanssa sitä käytetään yhdessä. Näistä merkitysulottuvuuksista käytetään teknisiä nimityksiä "ekstensio" ja "intensio".[13] Hyvinkin arkipäiväiset käsitteet kantavat tieteellisen selittämisen yhteydessä tätä kaksoismerkitystä. Esimerkiksi "leskenlehti" on yhtäältä määrätyllä tienpenkereellä kasvava määrätty kasvi ja toisaalta samanaikaisesti kukkakasveihin kuuluva kasvitieteellinen yksikkö. Jälkimmäinen merkitysulottuvuus kantaa mukanaan koko kasvitieteen historiaa, mm. Linnén luokitusjärjestelmää sekä biologista evoluutioteoriaa. Mitään "leskenlehtiin" liittyvää tieteellistä väittämää on mahdotonta edes pukea sanoiksi ottamatta perustaksi tällaisia yleisiä olettamuksia. Tavallaan tieteellisten termien "intensionaalinen" merkitys ulottuu antiikin Kreikkaan asti ja käsittää niin muodoin valtavan määrän kulttuurissamme hyväksyttyjä olettamuksia.[14]

Jokaisen käsitteen "ekstensio" ja "intensio" kulkevat yhdessä. Niiden keskinäinen painotus vaihtelee sen mukaan, missä tilanteessa ja miten ko. termiä käytetään. "Nominalismin" ja "realismin" vastakohta tulee näin itse asiassa ratkaistuksi (tai pikemminkin sen pohtiminen osoittautuu hedelmättömäksi, mikä on filosofian historiassa jokseenkin sama asia): termi "leskenlehti" esimerkiksi voi tarkoittaa *sekä* yksittäistä kasvia määrätyllä tienpenkereellä *että* omassa teoreettisessa perinteessämme ja kielenkäytössämme elävää teoreettista yksikköä *samanaikaisesti.*

Teoreettiset yksiköt ovat "todella olemassa" siksi, että kieleen sitoutunut inhimillinen tajunta ja kommunikaatio ovat todella olemassa. Samalla tavoin matematiikka on todella olemassa. Tästä ei seuraa, että teoreettisilla termeillä tai matematiikalla olisi suoranainen vastine ulkoisessa maailmassa. – Mutta kuten edellä totesimme, vastaavuuden ongelmaa on turha pohtia, koska siihen ei kumminkaan ole mahdollista saada vastausta.

8 .

"Ekstension" ja "intension" erottamisesta seuraa, että tieteessä voidaan esittää kahdentyyppistä kritiikkiä: yhtäältä sellaista, joka kohdistuu selitysten "todenperäisyyteen" suhteessa niiden käsittelemiin objekteihin, tai toisaalta sellaista, joka kohdistuu selitysten "merkityksellisyyteen" suhteessa niiden taustana olevaan teoreettis-kulttuuriseen perustaan. Ensimmäisen tyypin kritiikki on vakiintunut osaksi yleisesti sovellettuja tutkimusmenetelmiä ja sen muodot ovat kehittyneitä. Jälkimmäisen tyypin kritiikki sen sijaan on vähäistä, satunnaista, ja sen merkitystä ei useinkaan ymmärretä.[15]

9 .

Jaakko Hintikka on kehitellyt ajatusta, että abstraktioilla on modernissa taiteessa ja modernissa tieteessä samantapainen rooli.[16] Taiteessa käytetyt abstraktiot voidaan rinnastaa eräänlaisiin yksittäisiin, yhteydestään irrotettuihin "alkiotermeihin" (kuten "väri", "viiva", "muoto", "ympyrä", jne.), joiden keskinäisiä yhteyksiä niitä käyttävä taiteilija selvittää ja syventää. Abstraktin taideteoksen tuottajalla ei ole tarkoitustakaan "viitata" mihinkään ulkoiseen objektiin, vaan teoksen merkityssisältö on sen sisältämien ideoiden keskinäisissä suhteissa sekä suhteissa muihin vastaaviin ideoihin. Siis merkitys perustuu ideoiden "intensioon".

Mutta ottamalla ideoiden "intensiot" tietoisen kehittelyn kohteeksi abstrakti taide itse asiassa osoitti, että "intensionaalisuus" on mukana kaikessa taiteessa, usein vieläpä etusijalla. Myöskään puhtaan esittävänä pitämässämme taiteessa yksittäisten termien "merkitys" ei liity pelkästään "ekstensioon" eli siihen, mihin kuva "viittaa". "Esittävä" taide on tosiasiassa aina sopimusten sitomaa, ja puhdas esittävyys on harha. Tämän osoittaa kaikkein parhaiten taiteen oma historia, nimittäin se, miten suuresti "esittävyyden" sopimukset ovat vaihdelleet eri ai-

Edessä: Samrite Malina, Latvia, *Tunteet* (1992) installaatio, lasi ja teräs. Taustalla: Sigurdur Gudmundsson, Islanti, *Encore I triptyykki* (1991) värivalokuva, 3x59x83.

kakausina. Uusia esittämisen tapoja on aina ollut vaikea hyväksyä – myös sellaisia, joita me nykyisin pidämme itsestään selvinä (Schjerfbeck, Gallen-Kallela, Sallinen...).

Taiteen kantamat merkitykset osoittautuvat siis yleisemmän merkityksellisyys-kategorian alalajiksi. Taide ja tiede ovat sidoksissa samaan kulttuurissa elävien merkitysten verkkoon. Ne molemmat voivat nostaa näkösälle, arvioida, kritikoida ja järjestää uudelleen kulttuuristen merkitysten vallitsevia rakenteita. Taiteen ja tieteen kulttuurisessa asemassa on kuitenkin myös tärkeä ero. Taide voi toimia paljon vapaammin kuin tiede, joka on tiukemmin sidottu omaan "ekstensioonsa", eli siihen maailman ilmiöalueeseen, jota se pyrkii selittämään. Taiteella ei ole yhtä selvää "ekstensiota".

Uskaltaudun väittämään, että tieteellisellä ja taiteellisella toiminnalla on toinenkin yhteinen piirre: ne osoittautuvat jälkimaailman silmissä sitä hedelmällisemmiksi mitä omalakisemmin ne voivat kehittyä. Ajatelkaamme Duchampin provokaatioiden sisäsyntyisyyttä tai koko modernismin perustana olevien metodisten oivallusten sisäsyntyisyyttä.

10.

Taiteen erilaiset suuntaukset ja perinteet eroavat suuresti toisistaan siinä, mitkä kulttuurin alueet sisältyvät niiden kriittisen arvioinnin piiriin. Erityisesti käsitetaide on laajentanut mahdollisuuksia eritellä järjestelmällisesti kulttuurissa eläviä merkitysten vyyhtejä. Uranuurtaja Marcel Duchamp selvitti – Arthur Danton tulkinnan mukaan[17]

– "taideteoksen" käsitettä. Dadan ja fluxuksen edustajat arvioivat taiteellisen toiminnan käsitettä. Mutta käsitetaiteen kriittinen potentiaali ei suinkaan rajoitu tähän, vaan sen perusoivallukset voi liittää minkä tahansa kulttuurisen ilmiön, siis minkä tahansa ilmiön, merkitysulottuvuuksien jäsentämiseen, kritikoimiseen ja arviointiin. Vaikkapa luonnon.

Tällä tavoin ymmärrettynä käsitetaide voi tulla yllättävän lähelle tieteen tavoitteita, erityisesti tieteen "intensionaalisen" kritiikin tarpeita, siis tieteen kulttuurisen merkityksen arviointia. Näkökulma on kuitenkin toinen. Taide on tietenkin tieteen ulkopuolella aivan samoin kuin tiede on taiteen ulkopuolella; kovin kirjaimellisesti perustellut yritykset löytää tieteen ja taiteen "samuus" esimerkiksi havaintopsykologiasta ovat sen tähden epäilyttäviä.

Erityisen kiinnostavaa tässä yhteydessä kuitenkin on se, että tieteen "intensionaalinen" kritiikki tieteen omin keinoin on osoittautunut tavattoman vaikeaksi (tai ainakaan sitä ei juuri harjoiteta).

11.

Mutta vaikka "tiede" onkin "taiteen" ulkopuolella, ja päinvastoin, tieteellisen ja taiteellisen toiminnan välillä voi olla kiinnostavia yhtäläisyyksiä. Nämä eivät rajoitu psykologiaan, vaan kyse on tieteen tai taiteen harjoittamisesta kulttuurisena toimintana. Tutkijan (ja filosofin) hahmo on ollut kirjallisuudessa kiinnostuksen kohteena kautta aikojen. Myös kuvataide voi luoda metaforia tieteellisen tietämisen teistä – esimerkiksi seuraavankaltaisia:

– Tohtori Faustuksen kammio, josta Mefistoteles on juuri lähtenyt hahmoteltuaan sarjaan tauluja vastauksen ratkaisemattomaksi luultuun ongelmaan.

– Pelkistetty tila, joka kerää ympärilleen filosofin ajattoman, harmonisen, puhtaan ajattelun maailman.

– Rykelmä palloja, jotka ovat jääneet erimuotoisten kappaleiden keskinäisiä suhteita tutkivan geometrikon työpajan lattialle.

– Renessanssiajan piirtäjien studioissa syntyneitä tutkielmia, joissa selvitetään tapoja kuvata eläinten ilmeitä asentojen ja valon avulla.

– Karttaluonnoksia, jotka luovat järjestystä outoihin maihin.

– Tutkimusretkillä kerättyä havainto- ja dokumenttiaineistoa, jonka merkitys selviää vasta ajan myötä.

Metaforat eivät koskaan ole "tosia", mutta ne voivat olla osuvia. Tieteelliseen työhön sisältyy mitä moninaisimpia aineksia. Varmaa on, että taiteilijat voivat yhdistää niitä toisiinsa paljon vapaammin kuin tieteilijät konsanaan.

12.

Eräät modernit taiteilijat, esimerkiksi Paul Klee, ovat pitäneet luonnon järjestelmällistä tutkimista työnsä olennaisena osana – aivan kuten renessanssin aikaiset edeltäjänsä Leonardo da Vinci, Albrecht Dürer sekä monet muut. Klee kirjoitti vuonna 1923 esseen "Luonnontutkimuksen tiet" aloittaen sen lauseilla "Vuoropuhelu luonnon kanssa on taiteilijalle *conditio sine qua non*, välttämätön edellytys. Taiteilija on ihminen, osa luontoa ja luonnon osa luonnon tilassa." Essee on sarja aforisminomaisia huomautuksia järjestelmällisen ja ennakkoodotuksista vapaan havainnoinnin ja työskentelyn merkityksestä. Se päättyy seuraaviin lauseisiin:

> *Sitä mukaan kun hän kasvaa luonnontarkastelussaan ja näkemyksessään luonnosta kohti maailmankatsomusta, hän pystyy vapaasti hahmottamaan abstrakteja rakenteita, jotka ylittävät tahdonalaisen kaavamaisuuden ja tavoittavat uuden luonnollisuuden, työn luonnollisuuden. Tuolloin hän luo työn, tai osallistuu töiden luomiseen, jotka ovat verrattavissa Jumalan töihin.*[18]

Sixten Ringbom on varoittanut ottamasta Kleen ja muiden modernismin klassikoiden "tutkimus"-teesejä liian kirjaimellisesti.[19] Tarkkaan ottaen niiden kohteena ei ole luonto tutkimuskohteena, vaan tietynlainen suhtautumistapa maailmaan ja maailmassa olemiseen ylimalkaan.

Epäilemättä Ringbomin skepsis on oikeutettua sikäli, että taiteellinen käsiteanalyysi ei voi korvata tiedettä luonnontuntemuksessa eikä milläänmuullakaan alalla. Olisi aika hullunkurista pitää taiteilijan intuitiota systemaattisena tieteellisenä tutkimuksena. Tähän ei kuitenkaan ole tarvettakaan, sillä taiteilija ja tutkija kritikoivat ja kommentoivat asioita eri näkökulmista. Voisi ehkä sanoa seuraavasti: tieteen kohteena on luonto, taiteen kohteena on luontosuhde.

13.

Olemmeko lainkaan viisastuneet pyrkimyksessämme arvioida, mitä voimme sanoa leskenlehtien ja tienpenkereiden keskinäisestä suhteesta? Kysymyksen "ekstentionaalisen" ulottuvuuden suhteen emme tietenkään ole. Leskenlehtien ja tienpenkereiden muodostaman "todennäköisyyspilven" tarkempi jäsentäminen on spesifi ongelma, ja spesifien ongelmien ratkaisemiseen tarvitaan spesifejä työkaluja.

Sen sijaan olemme ehkä päässeet hiukan perille siitä, millaista toimintaa harjoitamme kun esitämme vaikkapa leskenlehtiä ja tienpenkereitä koskevia yleistäviä väitteitä. Yleistykset eivät ole pelkästään väitteitä maailmasta, ne ovat myös väitteitä maailman merkityksellisyydestä. Tähän seikkaan perustuvat taiteen ja tieteen keskinäiset yhteydet. Niiden välillä vallitsee eräänlainen "perheyhtäläisyys": ne ovat tapoja kulttuurissa elävän ihmisen arvioida olemisensa ja ympäristönsä merkityksiä ja merkityssuhteita. Emme tunne emmekä osaa kuvitella muunlaisia kuin kulttuurissa eläviä ihmisiä.

Koska tiede ja taide sijoittuvat yhteisen kulttuurisen alueensa eri laidoille, ne lähestyvät yhteisiäkin ongelmia täysin erilaisista näkökulmista. Siksi myös niiden tekniikat eroavat.[20] Tekniikat ovat erilaisia siksi, että ne on tehty toimimista silmälläpitäen, ja se, mitä "toimimisella" ymmärretään, vaihtelee eri aloilla.

Ehkä yllä oleva ajatus tarjoaa eräänlaisen ratkaisun matematiikan toimimisen ongelmaan: ehkä matematiikka ei toimikaan "yleensä", vaan nimenomaan niissä tilanteissa mihin se on tehty toimimaan.[21] Matematiikka on ideoiden keskinäisten yhteyksien tiedettä, ja se toimii sikäli kuin todellisuuden kappaleet voidaan konstruoida matemaattisten ideoiden kaltaisiksi. Jos leskenlehdet voidaan esittää matemaattisten objektien kaltaisina, niihin soveltuvat matematiikan säännöt. Määrättyihin "leskenlehtien" ominaisuuksiin tämä toden totta pätee, ja näihin ominaisuuksiin nähden siis pätevät matematiikan säännöt yhtä lailla. Mutta heti kun yhtäläisyys murtuu, murtuu myös matematiikan pätevyys.[22]

Mitä tästä voi päätellä matematiikan sekä muiden käytössämme olevien päättelyn yleisiä periaatteita koskevien sääntöjen "todenmukaisuudesta"? – Ei mitään; mutta kuten jo edellä totesimme, tämä ei ole erityisen mielenkiintoinen kysymys koska siihen ei kumminkaan voi saada vastausta.

14.

Tieteellä ja taiteella on vielä yksi yhteinen piirre: kiinnostavinta molemmissa on se, mikä on uutta. – Mutta eikö voitaisi ajatella, että jokin asia opittaisiin joskus lopullisesti ja voitaisiin tyytyä olevaan eikä uutta enää tarvittaisi? – Tämä on mahdotonta, sillä maailma syntyy koko ajan uutena. Tietenkin vanhan perustalta, mutta kun vanhat asiat yhdistyvät uudelleen uudella tavalla, tulos on uusi. Uusiutuminen alati uusiutuvassa maailmassa vaatii uusia näkemyksiä, kykyjä ja taitoja sekä tieteen että taiteen kaikilla aloilla.

Harva meistä haluaisi, että lapsemme oppisivat koulussa täsmälleen samat taidot ja taitamattomuudet kuin me itse opimme.

Uusi on sellaista, mitä ei hetki sitten ollut mutta nyt on. Miten se voisi olla itsestään selvää, suoraa päätä ilman vaivannäköä ymmärrettävissä?

15.

Luonnontuntemuksen tiet ovat moninaiset, eikä mikään niistä ole ennalta tiedettyyn maaliin etenevä valtaväylä.

### viitteet

1. Kirjoitus ilmestyi alunperin Porin Taidemuseon kokoelmista kootun näyttelyn ”Luonnontuntemus” (19.5.–12.6.1995) luettelossa.
2. Georg Henrik von Wright (*Logiikka, filosofia ja kieli*. 2. panos. Otava 1968) käyttää esimerkkinä ”määrätystä kuvauksesta” ilmaisua ”Yhdysvaltain nykyinen presidentti”; ilmaisu tekee yksikäsitteisesti selväksi, kenestä on puhe, mutta ei kuitenkaan ole erisnimi.
3. Tämän luonnehdinnan esittää Ian Stewart: *The Problems of Mathematics*. Oxford Univ. Press 1987.
4. Osmo Pekosen toimittamaan teokseen *Symbolien metsässä. Matemaattisia esseitä* (Art House 1992) sisältyy Nobel fyysikon, Eugene P. Wignerin klassinen artikkeli ”Matematiikan käsittämätön tehokkuus luonnontieteissä”.
5. Carl Boyer: *Tieteiden kuningatar. Matematiikan historia I ja II.* Art House 1995.
6. Boyerin mukaan keksinnön teki todennäköisesti Hippasos Metapontionilainen noin 420 e.a.a.
7. Ks. esim. G.H. von Wright: *Logiikka, filosofia ja kieli*, emt.; Holger Thesleff & Juha Sihvola: *Antiikin filosofia ja aatemaailma.* WSOY 1994.
8. Arkhimedeen kerrotaan kerskuneen, että jos hänelle annetaan kiintopiste ja vipuvarsi, hän voi kammeta maapallon radaltaan.
9. Ludwig Wittgenstein: *Huomautuksia matematiikan perusteista.* Suom. Heikki Nyman. WSOY 1985, 21–2.
10. Tarkkaan ottaen kyse oli siitä, että Gödel osoitti aksiomaattisen menetelmän sillä tavoin vajavaiseksi, että edes kokonaislukujen järjestelmää ei voida koskaan kokonaisuudessaan aksiomatisoida – tai että mikäli se tehdään, tässä joudutaan turvautumaan menetelmiin, jotka ovat vahvempia kuin aritmetiikka itse. ”Aksiomatisoitu logiikka ja matematiikka ei muodosta yhtä ainoata järjestelmää”, toteaa von Wright (*Logiikka, filosofia ja kieli*).
11. James Gleick: *Kaaos.* Art House 1988; Ivar Ekeland: *Ennakoimattoman matematiikka.* Art House 1990. ”Kaaos” on tälle havainnolle onnettoman harhaanjohtava nimitys, sillä kyse ei ole siitä, että lopputulos ei olisi deterministisesti määrätty, vaan siitä, että lopputuloksen täsmällinen arvo määräytyy äärimmäisen herkästi alkuarvoista. Termi ”kaaos” epäilemättä ilmentää sitä, miten vahvassa ristiriidassa havainto on arki-intuitiomme kanssa. Vielä hankalampi on tajuta, että ennakoimattomuuden ongelma tuntuu olevan matematiikassa sisäsyntyistä – esimerkiksi neliön halkaisijan sisältävien lausekkeiden arvo vaihtelee sen mukaan, kuinka monella desimaalilla halkaisijan arvo ilmaistaan. On siis ymmärrettävää, että topologia eli asioiden keskinäistä sijaintia tutkiva matematiikan haara on ”kaaostutkimuksen” keskiössä.
12. Thomas Kuhnin teos *Tieteellisten vallankumousten rakenne* on juuri ilmestynyt suomennoksena (Art House 1994; alkuteos 1962, toinen laajennettu painos 1970). Kuhnin Kopernikuksen teorian läpimurtoa koskeva teos *The Copernican Revolution* ilmestyi vuonna 1957. – Vuosiluvut ovat kiinnostavia osoittaessaan, miten uusi tämä Kuhnin tuottama ”vallankumous” tieteenhistoriallisessa ajattelussa itse asiassa on.
13. Erottelun merkityksen oivalsi saksalainen loogikko Gottlob Frege 1800-lopulla. Hänen käyttämänsä klassinen esimerkki oli termipari ”aamutähti” vs. ”iltatähti”; näillä on sama ”ekstensio” mutta sangen erilainen ”intensio”.
14. Siitä miten teoreettiset ennakko-olettamukset ehdollistavat tieteellistä ajattelua, ks. Yrjö Haila & Richard Levins: *Ekologian ulottuvuudet.* Vastapaino 1992.
15. Haila & Levins, emt.
16. Jaakko Hintikka: *Kieli ja mieli.* Otava 1982.
17. Arthur Danto: *The Philosophical Disenfranchisement of Art.* Columbia University Press, New York 1986.
18. Alkuteksti ”Wege des Naturstudiums” ilmestyi Bauhausin vuosikirjassa *Staatliches Bauhaus Weimar 1919–23*; suomennos *Taide*-lehdessä no 1/1985.
19. Sixten Ringbom: *Pinta ja syvyys.* Kustannus Oy Taide 1989.
20. Jollakin vaikeasti artikuloitavalla tasolla menetelmät ovat samankaltaisia. Monet suuret matemaatikot ovat esimerkiksi olleet lahjakkaita muusikoita. Tämä ei kuitenkaan merkitse, että viulunsoitto olisi ollut Einsteinille suhteellisuusteorian luomisen työkalu.
21. On siis täysin mahdollista kuvitella matematiikan ”yleispätevyys” vain seuraukseksi siitä, että inhimillinen tietämys on puettu matemaattiseen muotoon. Tähän epäilyyn voi vastata vain uskontunnustuksella: ”Matematiikan kielen soveltuvuus luonnonlakien muotoiluun on ihme, jota emme ymmärrä, ja ihmeellinen lahja, jota emme ole ansainneet. Meidän pitäisi olla siitä kiitollisia ja toivoa, että se säilyy voimassa tulevaisuudessakin ja että se laajentaa tietomme piiriä niin hyvässä kuin pahassa, niin mielihyväksemme kuin ehkä myös hämmingiksemme.” (Eugene P. Wigner, ema.).
22. Huomattakoon, että tämä muotoilu vain siirtää ongelman toiseen paikkaan. Tämän jälkeen on nimittäin kysyttävä, ”Miten on mahdollista, että luonnon objektit voidaan niin usein ja niin monissa tilanteissa esittää matemaattisten objektien kaltaisina?”